



ControMossa

## MATEMATICAMENTE LOGICO

di Dario De Toffoli

Dopo l'arrivo delle ultime lettere ritardatarie concludiamo il discorso su «Metodi duri ad Aci Picchia», il «problema del mese» di novembre (della soluzione abbiamo già parlato la volta scorsa); si è trattato di un concorso sottotono con un numero di solutori inferiore al solito: comunque questa volta la ruota della fortuna ha girato in favore del bravo Jo' Balma che ci ha scritto da Marghera (VE) e vince il buono acquisto messo in palio dalla nostra rivista; complimenti a lui e grazie a Paolo Arcudi che aveva segnalato il quesito base del problema.

## LA SCIMMIA E LE NOCI DI COCCO

Ma vediamo come stanno andando le cose con il problema dell'anno: «LA SCIMMIA E LE NOCI DI COCCO». Mentre scrivo è passato solo parte del tempo a disposizione dei solutori, ma già molte sono le lettere arrivate; dopo una prima rapida scorsa devo dire che sono rimasto addirittura stupito dall'abilità e dalla varietà di stile dei concorrenti; bene! sarà interessante confrontare su queste pagine i vari elaborati. Come assaggio introduttivo vi propongo, mi sia concesso, una soluzione mia personale: non è niente di particolare (ce ne sono altre certamente più complete e rigorose) ma mi è molto cara perché mi riporta a una dozzina d'anni fa quando frequentavo i primi corsi alla facoltà di Chimica e, digiuno com'ero di giochi matematici (e di giochi in genere), mi proposero il problema; per arrivare a questa soluzione persi alcuni giorni, ma alla fine la soddisfazione fu grande: io la considero la mia vera iniziazione.

Indichiamo con  $X(5)$  il numero totale di noci;  $X(4)$ ,  $X(3)$ ,  $X(2)$  e  $X(1)$  saranno le noci che di notte si troveranno di fronte rispettivamente (in ordine di appropriazione notturna) il 1°, 2°, 3°, 4° e

5° naufrago, mentre  $X(0)$  sarà il numero di noci che i 5 uomini trovano la mattina.

$X(0)$  deve essere sia un multiplo di 5 (in quanto divisibile per 5), sia un multiplo di 4 (in quanto quattro quinti di un numero divisibile per 5); dunque deve essere un multiplo di 20 e perciò poniamo:

$X(0) = 20A$   
con  $A = 1, 2, 3, 4, \dots$   
ne segue che:

$$X(1) = \frac{5}{4} 20A + 1 = 25A + 1$$

ma  $X(1)$  deve essere divisibile per 4 per lo stesso motivo per cui lo era  $X(0)$ , quindi:

$$\frac{25A + 1}{4} = \text{intero}$$

e ciò è verificato solo per certi valori di  $A$ ; precisamente per:

$$A = 3, 7, 11, 15, \dots = 3 + 4B$$

quindi, sostituendo:  
 $X(0) = 20A = 60 + 80B$   
da cui:

$$X(1) = \frac{5}{4} (60 + 80B) + 1 = 76 + 100B$$

e

$$X(2) = \frac{5}{4} (76 + 100B) + 1 = 96 + 125B$$

per il solito motivo anche  $X(2)$  deve essere divisibile per 4 e quindi deve essere:

$$\frac{96 + 125B}{4} = \text{intero}$$

e ciò è verificato per:  
 $r B = 0, 4, 8, 12, \dots = 4C$   
con  $C = 0, 1, 2, 3, \dots$

e dunque, sostituendo:

$$X(0) = 60 + 320C$$

$$X(2) = 96 + 500C$$

risalendo con procedimenti sempre analoghi:

$$X(3) = \frac{5}{4} (96 + 500C) + 1 = 121 + 625C$$

$$\frac{121 + 625C}{4} = \text{intero}$$

verificato per:  
 $C = 3, 7, 11, 15, \dots = 3 + 4D$   
con  $D = 0, 1, 2, 3, \dots$

quindi:

$$X(0) = 1020 + 1280D$$

$$X(3) = 1996 + 2500D$$

da cui:

$$X(4) = \frac{5}{4} (1996 + 2500D) + 1 = 2496 + 3125D$$

$$\frac{2496 + 3125D}{4} = \text{intero}$$

verificato per:  
 $D = 4E$  con  $E = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

$$X(0) = 1020 + 5120E$$

$$X(4) = 2496 + 12500E$$

$$X(5) = \frac{5}{4} (2496 + 12500E) + 1$$

in definitiva la formula generale per trovare la soluzione è:

$$X(5) = 3121 + 15625E$$

con  $E = 0, 1, 2, 3, \dots$

La soluzione minima è dunque 3121 noci che si riducono a 1020 il mattino seguente.

E ora, visto che siamo in tema di soluzioni empiriche, continuiamo a percorrere questa strada; lasciamo Diofanto, Gauss e generalizzazioni varie al mese prossimo (a quel tempo conosceremo anche il vincitore e... il premio!) e vediamo come ha affrontato il problema il veneziano GIORGIO LOY il cui procedimento può essere definito «dei tentativi ragionati»:

«... mi sono posto la seguente domanda — quante noci riceve ogni uomo nella spartizione del mattino?... ho visto che il numero da cercare deve essere un multiplo di 4 e, dato che le spartizioni sono 6, deve poter soddisfare il seguente schema qui semplificato per ragioni di spazio»:

- 6. - noci che riceve ogni uomo  $\times 5$
- 5. - (risultato precedente :  $4 \times 5$ ) + 1
- 4. - (risultato precedente :  $4 \times 5$ ) + 1
- 3. - (risultato precedente :  $4 \times 5$ ) + 1
- 2. - (risultato precedente :  $4 \times 5$ ) + 1
- 1. - (risultato precedente :  $4 \times 5$ ) + 1

«Ho provato — continua Giorgio — i multipli del 4 fino al 204 che è il primo numero che soddisfa lo schema:

- 6. -  $204 \times 5 = 1020$
- 5. -  $(1020 : 4 \times 5) + 1 = 1276$
- 4. -  $(1276 : 4 \times 5) + 1 = 1596$
- 3. -  $(1596 : 4 \times 5) + 1 = 1996$
- 2. -  $(1996 : 4 \times 5) + 1 = 2496$
- 1. -  $(2496 : 4 \times 5) + 1 = 3121$

Bravo Giorgio Loy e bravo anche MIRKO PAOLI di Mestre che ha adottato un procedimento concettuale analogo (anche se formalmente diverso) effettuando anche un'analisi dei tentativi «produttivi» basata sulla fatidica divisibilità per 4.

\*\*\*\*\*

## IL PROBLEMA DEL MESE

E ora il problema del mese: «IL BUCO NELLA SFERA». Si tratta di un vecchio problema dall'apparenza insolubile per mancanza di dati:

«Attraverso il centro di una sfera solida viene fatto un foro cilindrico lungo 6 cm. Qual è il volume residuo della sfera?».

E ora sotto con i vecchi testi di geometria e, credetemi!, i dati necessari alla soluzione ci sono proprio tutti.

Fra i solutori è in palio il solito buono acquisto di lire 30.000. L'indirizzo è **Dario De Toffoli - S. Polo 3083 - 30125 VENEZIA**